

## №9 ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫСЫ

### ФИЗИКАЛЫҚ МАЯТНИК

#### 1 ЖҰМЫСТЫҢ МАҚСАТЫ

Физикалық маятник тербелісінің заңдарын зерттеу, оның ауырлық центрінің орналасуы мен келтірінді ұзындығын анықтау.

#### 2 ШАРТТЫ БЕЛГІЛЕР

$\psi(t)$  - жүйенің тепе – тең қалыптан ауытқуын сипаттайтын параметр;

$A$  – тербеліс амплитудасы, м;

$(\omega t + \varphi_0)$  – тербеліс фазасы, рад.;

$\varphi_0$  – тербелістің бастапқы фазасы, рад;

$\omega$  – циклдік жиілік, рад/с;

$s$  – еркін тұсу үдеуі, м/с<sup>2</sup>;

$T$  – тербеліс периоды, с;

$n$  – тербеліс саны;

$\lambda$  – іліну нүктесінен ауырлық центріне дейінгі қашықтық, м;

$\lambda_{кел}$  – физикалық маятник келтірінді ұзындығы, м;

$J$  – маятниктің инерция моменті, кгм<sup>2</sup>;

$\varepsilon$  – бұрыштық үдеу, рад/с<sup>2</sup>;

$M$  – қозғалмайтын өстің күш моменті, Н.м;

#### 3 ТЕОРИЯЛЫҚ МАҒЛҰМАТТАР

##### 3.1 Негізгі ұғымдар

Тербелмелі қозғалыс деп уақыт бойында қайталанғыштығымен ерекшеленетін процесті айтады. Негізінен практикалық түрғыдан алып қарағанда периодты тербелістер көп қызығушылық тудырады. Егер жүйенің күйін сипаттайтын параметрлер белгілі бір уақыт аралығында қайталанатын болса, тербеліс периодты деп аталады:

$$\psi(t) = \psi(t + T), \quad (1)$$

мұндағы  $T$  – тербеліс периоды, яғни жүйенің күйі қайталанатын ең аз уақыт аралығы, немесе толық бір тербеліс уақыты;  $\psi(t)$  – жүйе күйін сипаттайтын уақыттың периодтық функциясы.

Периодты тербелістердің ең маңызды түрлерінің бірі гармониялық тербелістер болып табылады. Бұл синус немесе косинус заңдары бойынша орындалатын тербелістер:

$$\psi(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (2)$$

Гармонилық тербелістер серпімді немесе квазисерпімді күштердің әсерінен жүзеге асады. Серпімді күштер деп ығысуға пропорционал және тере – тендік қалпына бағытталған, яғни Гук заңына бағынатын күштерді айтады:

$$F(x) = -kx, \quad (3)$$

мұндағы  $k$  – серпімділік коэффициенті.

Квазисерпімді күштер өзінің табиғаты бойынша серпімді емес, бірақ серпімді күштер сияқты әсер ететін күштер болып табылады.

Сыртқы әсерлердің сипатына байланысты тербелістер еркін және еріксіз болып бөлінеді. Еркін тербелістер деп қысқа сыртқы әсер етудің нәтижесінде тере – тендік қалыптан шығарылып, содан кейін өз – өзіне қайта келтірілген жүйеде пайда болатын тербелістерді айтады. Егер мұндай жүйенің тербелісі шарт бойынша серпімді және квазисерпімді болып табылатын тек қана ішкі күштердің әсерінен жүзеге асастын болса, онда мұндай еркін тербелістер меншікті деп аталады. Нақты шарттарда еркін тербелістер өшү сипатына ие, себебі олар әртүрлі кедергі күштерінің әсернен жүзеге асады.

Еркіндік дәрежесі біреу ғана еркін тербеліс жасайтын жүйені сыйықты гармониялық осцилятор деп аталады. Сыйықты осциляторлар тере – тен қалыптан аз ғана ауытқуда ғана гармониялық тербелістер жасайды. Осылайша, гармониялық осциллятор – еркіндік дәрежесі бірге тен нақты тербелмелі жүйенің идеал үлгісі. Гармониялық осцилляторға түрлі маятниктер, тербелмелі контур бола алады.

### 3.2 ГАРМОНИЯЛЫҚ ТЕРБЕЛІС ПАРАМЕТРЛЕРИ

Гармониялық тербеліс (2) тендеуімен берілсін:

$$\psi(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

мұндағы  $A$  – тербеліс амплитудасы, жүйенің тере – тен қалыптан ең үлкен ауытқуы ( $\cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = 1$  болғанда  $\psi(t) = A$ );

$\varphi = (\omega \cdot t + \varphi_0)$  – тербеліс фазасы, гармониялық осцилятордың берілген уақыт мезетіндегі күйін нақты сипаттайтын физикалық шама.;

$\varphi_0$  – тербелістің бастапқы фазасы ( $t=0$  болғанда  $\varphi = \varphi_0$ );

$\omega$  – меншікті гармониялық тербелістің циклдік жиілігі;

$\omega_0 = \frac{d\varphi}{dt}$ , яғни, циклдік жиілік тербеліс фазасының өзгеру жылдамдығы болып табылады;

$\nu_0 = \frac{n}{t}$  – тербелістің сыйықтық жиілігі; ол уақыт бірлігіндегі тербелістер санын анықтайды:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Т – тербеліс периоды, толық бір тербеліс уақытын анықтайды

$$T = \frac{t}{n} = \frac{1}{\nu_0} = \frac{2\pi}{\omega_0}; \quad (5)$$

$\Delta\varphi$  - фазалар айырмасы немесе фаза бойынша ығысу. Егер  $\Delta\varphi = 0,2\pi, 4\pi, \dots$  болса, онда тербеліс бірдей фазада жүзеге асады,  $\Delta\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$  - кері фазада.

А және  $\varphi_0$  мәндері бастапқы шарттардан анықталады.

(4) теңдеуімен берілген гармониялық тербелістің жылдамдығын

анықтаймыз, бұл жерде  $\psi = \frac{d\psi}{dt}$  белгіленуін ескерсек, онда:

$$\nu = \psi = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}). \quad (6)$$

Гармониялық тербелістің үдеуін анықтаймыз:

$$a = \ddot{\psi} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi), \quad (7)$$

$$\text{мұндағы } \ddot{\psi} = \frac{d^2\psi}{dt^2}.$$

### 3.3 ГАРМОНИЯЛЫҚ ТЕРБЕЛІСТИҢ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНДЕУІ

Гармониялық тербеліс үдеуінің формуласын (7) келесі түрде жазуға болады:

$$\ddot{\psi} = -\omega_0^2 \psi,$$

онда

$$\ddot{\psi} + \omega_0^2 \psi = 0 \quad (8)$$

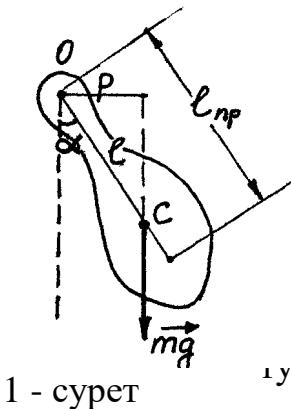
(8) теңдеуі гармониялық тербелістің дифференциал теңдеуі болып табылады Бұл теңдеудің шешімі төмендегі өрнек болып табылады

$$\psi(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Егер қандай да бір процесс өзінің табигатына тәуелсіз (8) дифференциал теңдеуімен сипатталса, онда бұл процесс гармониялық тербелмелі қозғалыс болып табылады.

### 3.4 ФИЗИКАЛЫҚ МАЯТНИК

Физикалық маятник деп ауырлық күшінің әсерінен дененің ауырлық центрі арқылы өтпейтін оське қатысты тербеліс жасайтын қатты денені айтады. (1 - сурет).



1 - сурет

Денені тере – тендік қалыптан қандай да бір α өншіка ауытқытуда ол еркіндік дәрежесі бірге тең өбелмелі қозғалыс жасайды. Маятнике екі күш әсер еді:  $mg$  ауырлық күші және О іліну нүктесіндегі екінші реакция күші. О нүктесі арқылы өтетін, зба жазықтығына перпендикуляр айналу осіне қысты реакция күші айналдыру моментін ұздырады, ал ауырлық күші айналмалы моментті ұздырады, оның модулі мынаған тең:

$$M(\alpha) = -mg\lambda \sin \alpha, \quad (9)$$

Мұндағы  $\lambda$ - О іліну нүктесінен дененің С ауырлық центріне дейінгі қашықтық;  $\lambda \sin \alpha = p$  – ауырлық күшінің иіні. Айналмалы қозғалыс динамикасының заңына сәйкес

$$M(\alpha) = I\ddot{\alpha}, \quad (10)$$

Мұндағы  $J$  – дененің айналу осіне қатысты инерция моменті,  $\ddot{\alpha} = \varepsilon$  – дененің бұрыштық үдеуі. (9) және (10) теңдеулерінен шығатыны:

$$I\ddot{\alpha} = -mg\lambda \sin \alpha. \quad (11)$$

Тере –тең күйден аз ауытқуларда  $\sin \alpha \approx \alpha$ , сондықтан

$$I\ddot{\alpha} = -mg\lambda \alpha,$$

$$\ddot{\alpha} + \frac{mg\lambda}{J}\alpha = 0 \quad (12)$$

Тере –тең күйден аз ауытқуларда физикалық маятник гармониялық тербеліс жасайтындығын (12) және (8) теңдеулерінен көруге болады, ол тербелістің дифференциалдық теңдеуі

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0, \quad (13)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mg\lambda}{J}}$$

Мұндағы  $\omega_0$  – физикалық маятник тербелісінің циклдік жиілігі. Физикалық маятник тербелісінің периоды

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mg\lambda}}.$$

(14)

$\frac{J}{(m\lambda)}$  шамасы ұзындық өлшеміне ие және физикалық маятниктің  $\lambda_{\text{kei}}$  келтірінді ұзындығы деп аталады:

$$\lambda_{np} = \frac{J}{m\lambda},$$

(15)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda_{np}}{g}}.$$

сонда

(16)

(16) формуласындағы физикалық маятник тербелісінің периодын

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda}{g}}$$

математикалық маятник тербелісінің периодымен салыстырудан шығатыны, физикалық маятниктің келтірінді ұзындығы деп периоды берілген физикалық маятниктің периодына тең математикалық маятниктің ұзындығын айтады.

#### 4. ҚҰРАЛ – ЖАБДЫҚТАР

Есептеуіші бар FPM-04 қондырғысы және физикалық маятник.

#### 5. ҚОНДЫРҒЫ МЕН ӨЛШЕУ ӘДІСІНІҢ СИПАТТАМАСЫ

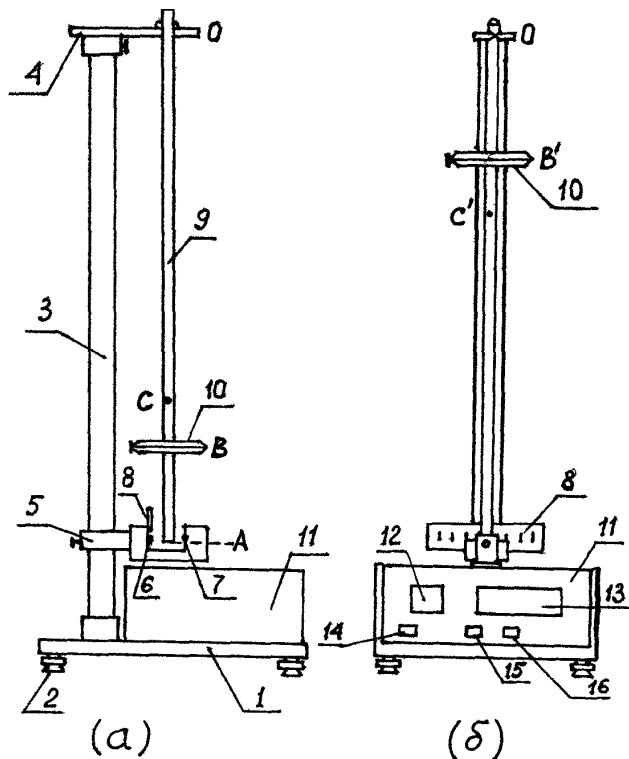
Берілген жұмысты орындауға арналған қондырғының жалпы түрі 2 – суретте көрсетілген.

1 негізі құралды түзулеуге мүмкіндік беретін 2 реттегіш аяқшалармен жабдықталған. Негізге 4 жоғарғы және 5 тәменгі кронштейдары бар 3 бағана бекітілген. Бағана миллиметрлік шкаламен қамтылған. Тәменгі кронштейнде құрамында 6 қабылдағыш фототранзистор және 7 жарықтандыру шамы бар фотоэлектрлік датчик бекітілген. Датчиктің ажыратқышында маятник тербелісінің амплитудасын өлшеуге мүмкіндік беретін 8 шкала орналасқан. Жоғарғы кронштейнге физикалық маятник ілінетін ойықтары бар астарлар бекітілген. Жоғарғы және тәменгі кронштейндардың орналасу жағдайын реттеуге болады.

Физикалық маятник жоғарғы ұшында тіреуіш призмалары бар 9 болат білік түрінде жасалған. Призмалардың көмегімен білік жоғарғы кронштейннің ойықтарына орнатылады. Білікке диск пішіндерес 10 жүк бекітіледі. Біліктегі дисктің орналасуын өзгертуге болады. Жұктің орналасуын дәл анықтау үшін білікте 10 мм сайын дөнгелек қима бөліктер ойылған.

Фотоэлектрлік датчик негізге бекітілген 11 есептеуіш құралымен жалғанған. Құралға кезекті қызмет көрсетуге арналған элементтер есептеуіш

қондырғының алдыңғы тақташасында орналасқан: 12 – период есептеуішінің терезесі (тербелістер саны); 13 – уақыт есептеуішінің терезесі; 14, 15, 16 – басқару пернелері.



2 - сурет

14 – «қосу» пернесі. Бұл пернені басқанда қоректендіру кернеуі қосылады. Оны 12 және 13 терезелерінде 0 санын көрсетіп тұрған сандық индикаторлар арқылы, сондай – ак фотоэлектрлік датчиктің жануы арқылы көруге болады.

15 – «сброс» пернесі (нөлді өлеуіш қондырғы). Бұл пернені басқанда құрал көрсеткіштері нөлге айналады да, құралдың өлшеуге дайындығын көрсетеді.

16 – «стоп» пернесі. Бұл пернені басу процестің аяқталғандығын білдіреді.

Құралдың электрондық сыйбасы жарық ағынының фототранзисторға түсіі кезінде есептеуіш қондырғыға түсетін импульстар есептелмейтіндегі жұмыс істейді. Маятниктің қозғалысы кезінде жарық ағыны үзіледі, соның салдарынан фототранзистор тізбегінде фотодатчиктің электрондық сыйбасындағы күштейтуден кейін есептеуіш қондырғының кірісіне (вход) берілетін электрлік импульстар өндіріледі. Бір периодтың ішінде маятник екі рет жарық ағынын үзеді. Бұл есептеуіш қондырғы белгілейтін бір импульстің өндірілуін тудырады. Осылайша, есептеуіш қондырғы периодтар санын есептейді.

Маятник тербелісінің  $n$  саны (периодтар саны) мен  $t$  тербелу уақытын өлшей отырып, маятник тербелісінің периодын келесі формуламен анықтаймыз:

$$T = \frac{t}{n}. \quad (17)$$

Бір жағынан физикалық маятник тербелісінің периоды (16) формуласы бойынша анықталады, одан шығатыны

$$\lambda_{\text{kel}} = \frac{T^2 g}{4\pi^2}. \quad (18)$$

(17) формуласы бойынша тербеліс периодын анықтап, (18) формула бойынша физикалық маятниктің келтірінді ұзындығын анықтауға болады.

Берілген жұмыста физикалық маятниктің ауырлық центрінің орналасуын анықтау үшін келесі әдістеме қолданылады. Дисктің екі жағдайда орналасуына қатысты маятниктің келтірінді ұзындығын анықтаймыз:  $B$  және  $B'$  (2 - сурет), сондағы  $BA = OB'$ . Бұл жағдайда біліктің іліну нүктесінен оның төменгі ұшына дейінгі ( $L = OA$ ) қашықтық пен маятниктің  $C$  және  $C'$  ауырлық центрлерінің орналасуы келесі қатынаспен байланысады:

$$OA = OC + OC' \text{ немесе } L = \lambda + \lambda'.$$

Маятниктің келтірінді ұзындығы оның инерция моментімен (15) қатынасы арқылы байланысады, сондықтан

$$\lambda_{\text{kel}1} = \frac{I_1}{m\lambda} \quad \text{және} \quad \lambda_{\text{kel}2} = \frac{I_2}{m\lambda'} = \frac{I_2}{m(L-\lambda)}. \quad (19)$$

О іліну нүктесі арқылы жоғарғы кронштейн бойымен өтетін оське қатысты  $I_1$  және  $I_2$  инерция моменттерін Штейнер теоремасы арқылы анықтауға болады:

$$I_1 = I_0 + m\lambda^2 \quad \text{және} \quad I_2 = I_0 + m(L-\lambda)^2, \quad (20)$$

мұндағы  $I_0$  – маятниктің айналу осіне параллель ауырлық центрі арқылы өтетін оське қатысты инерция моменті.

(19) және (20) өрнектерін пайдаланып, алатынымыз:

$$I_2 - I_1 = m(L-\lambda)^2 - m\lambda^2 = m(L-\lambda)\lambda_{\text{kel}2} - m\lambda\lambda_{\text{kel}1}. \quad (21)$$

(21) формуласын түрлендіруден кейін маятниктің ауырлық центрі - С нүктесіне қатысты орналасуын алуға болады (2 - сурет).

$$(22) \quad \lambda = \frac{L(L - \lambda_{\text{ke}l2})}{2L - \lambda_{\text{ke}l2} - \lambda_{\text{ke}l1}}.$$

$C'$  нүктесінің орналасуын ұқсас формуладан анықтауға болады:

$$\lambda = \frac{L(L - \lambda_{\text{ke}l1})}{2L - \lambda_{\text{ke}l2} - \lambda_{\text{ke}l1}} \quad \text{немесе қысқаша:}$$

$$\lambda' = L - \lambda.$$

## 6 ЖҰМЫСТЫҢ ОРЫНДАЛУ РЕТІ МЕН ӨЛШЕУ НӘТИЖЕЛЕРІН ӨНДЕУ

6.1. 1 – кестеге қолданылатын құралдарға қатысты техникалық мәліметтер енгіземіз.

1 - кесте. Қолданылатын құралдардың техникалық мәліметтері

Құрал	Құрал тегі	Өлшеу диапазондары	Б өлік құны	Дәл дік класы	Қура л қателігі
Импульс есептеуіш					
Уақыт есептеуіш					
Өлшеуіш сыйзыш					

6.2. Физикалық маятниктің тербеліс периодының амплитудаға тәуелділігін зерттеу .

6.2.1. Физикалық маятниктің дискісін 2 (а) – суретіне сәйкес біліктің төменгі бөлігіне орналастырып, маятникті жоғарғы кронштейнге ілініздер.

6.2.2. «Қосу» пернесін басып, құралды іске қосыңыздар. Өлшеуіш индикаторларының барлығы 0 санын көрсетіп тұрғанына және фотоэлектрлік датчик шамының жаңып тұрғанына көз жеткізініздер. Бұл жағдай құралдың жұмысқа дайын екендігін білдіреді.

6.2.3. Маятникті тепе – теңдік жағдайынан шкаланың 1 бөлігіне ауытқыту керек, және маятникті бір мезетте «сброс» пернесін басып тұрып жіберу қажет.

6.2.4. Өлшеуішпен  $n$  тербелістер санын ( $n$ -ді оқытушы береді) есептегеннен кейін «стоп» пернесін басады. Есептеуіштің көрсетулерін 2 – кестеге енгізеді. После подсчета измерителем колебаний нажать клавишу.

Ескерту: құрал  $n$  тербеліс санын белгілеп алуы үшін пернені период өлшегіш терезесінде  $n-1$  саны шыққан кезде басу керек.

6.2.5. 6.2.3. және 6.2.4. пункттерін шкалада 2, 3, 4, 5 бөліктерімен көрсетілген амплитудалар үшін қайталау.

6.2.6. (17) формула бойынша әртүрлі амплитудаларда маятник тербелісінің периодын анықтау.

6.2.7.  $T=f(A)$  тәуелділіктегі график тұрғызыу. График бойынша  $\sin \alpha \approx \alpha$  қатынасы және тербеліс периодының амплитудаға тәуелді болмайтындағы орындалатын аз ауытқулар аумағын көрсету. Келесі тәжірибелерді амплитудалары көрсетілген аумақта жататын тербелістермен орындау.

2 - кесте. Маятник тербелісі периодының амплитудаға тәуелділігін зерттеу нәтижелері

A, бөлік	1	2	3	4	5
$n$					
$t, \text{с}$					
$T, \text{с}$					

### 6.3. ФИЗИКАЛЫҚ МАЯТНИКТІҢ КЕЛТІРІНДІ ҰЗЫНДЫҚТАРЫН АНЫҚТАУ

6.3.1. Біліктегі дисктің әртүрлі  $B$  және  $B'$  орналасуы (2 - сурет) үшін  $n$  тербелістің үш реттен кем емес уақытын анықтау. Үш өлшемнің нәтижелері бойынша уақыттың  $\langle t_1 \rangle$  және  $\langle t_2 \rangle$  орташа мәндерін есептеп, (17) формула бойынша  $\langle T_1 \rangle$  және  $\langle T_2 \rangle$  периодтарын анықтау. Нәтижелерді 3 – кестеге енгізу.

6.3.2. (18) формула бойынша  $T^2$  орнына  $\langle T_1 \rangle^2$  және  $\langle T_2 \rangle^2$  мәндерін қоя отырып, екі жағдай үшін маятниктің келтірінді ұзындықтарын есептеу.

6.3.3.  $\lambda_{\text{kel}}$  шамасының сенімділік интервалының жоғарғы шектерін яғни  $\Delta\lambda_{\text{kel}}$  анықтауға арналған формуланы қорытып шығарып, оны  $\lambda_{\text{kel}1}$  және  $\lambda_{\text{kel}2}$  үшін есептеу.

6.3.4. Жауаптарын келесі түрде жазыңыздар:

$$\lambda_{\text{kel}} = \langle \lambda_{\text{kel}} \rangle \pm \Delta\lambda_{\text{kel}}$$

3 - кесте. Физикалық маятниктің екі жағдайдағы келтірінді ұзындықтары мен тербеліс периодын анықтаудағы өлшеу нәтижелері.

o/p	В дискісінің орналасуы (жоғары жағындағы бөліктерді санап алам, мысалы, 15)				B/ дискісінің орналасуы (төмен жағынан тұра сондай бөлік болатындағы етіп дискіні бекітем, 15)			
	n	t	$\langle T_1 \rangle$	$\langle \lambda_{kel1} \rangle$	n	t	$\langle T_2 \rangle$	$\langle \lambda_{kel2} \rangle$
	10							
	10							
	10							
орт								

6.4. Ауырлық центрінің орнын анықтау.

6.4.1. Маятниктің іліну нүктесінен біліктің төменгі ұшына дейінгі L қашықтықты өлшеу.

6.4.2. 6.3 бөлімінің (3 - кесте) тәжірибе нәтижелерін пайдалана отырып, (21) формуласы бойынша физикалық маятниктің ауырлық центрінің орнын анықтау.

6.4.3. Алынған нәтижелерді талдап, қорытынды жасау.

6.4.4. Есепті МЖБСТ талаптарына сай орындау.

## 7. БАҚЫЛАУ СҰРАҚТАРЫ

7.1 Тербеліс деген не?

7.2 Қандай тербелістер еркін, меншікті деп аталады?

7.3 Гармониялық тербелістер. Гармониялық тербелістер тендеуі. Тербелмелі жүйе параметрлері.

7.4 Серпімді және квазисерпімді күштер.

7.5 Гармониялық тербелістердің дифференциал тендеуінің жалпы түрін және физикалық маятник үшін жазу.

7.6 Физикалық маятник деген не?

7.7 Физикалық маятник тербелісінің периоды.

7.8 Физикалық маятниктің келтірілген ұзындығы.